

滑动平板下摩擦与温差驱动熔化分析*

陈文振** 朱波 官森

海军工程大学核能科学与工程系 301 教研室, 武汉 430033

摘要 研究滑动平板下相变材料由温差与摩擦共同驱动的接触熔化过程, 分析了熔化特征和规律. 应用边界层理论推导得熔化所应该满足的基本方程, 由此可推导得摩擦单独作用下的接触熔化结果. 通过数值计算求得无量纲的熔化率、边界层厚度和压力的分布. 讨论了有关结果和影响因素. 分析表明, 温差越大, 熔化率和边界层厚度越大, 压力分布越不对称. 而滑动速度越大, 熔化率越大, 边界层厚度越平坦, 压力分布越对称. 另外, 混合驱动下的接触熔化结果不是摩擦与温差熔化各自结果的叠加.

关键词 摩擦 接触熔化 滑动平板

相变材料(PCM)围绕刚性物体的接触熔化有广泛的应用背景, 例如, 解冻、滑冰、冶金、润滑、核技术等. 而且接触熔化传热与润滑涉及传热学、流体力学、摩擦学和制造业等多门专业^[1-3]. 例如, 熔化润滑的经典应用是在冰与雪上的滑动摩擦, 如滑雪、滑冰运动. 现代的应用则是镀金, 即用熔点低的 B 金属将 A 金属包裹起来, 其目的是使低熔点金属 B 在制造加工处理 A 金属时起到润滑的作用. 另一个应用是在内弹道学, 即抛射体(像铜子弹、炮弹等)沿弹管运动时, 表面因为摩擦被熔化所起的润滑作用, 等等. 目前对温差、压力驱动的熔化有较多的研究, 并得到了许多重要的结果^[4-12], 而对摩擦熔化^[13,14]的研究相对较少, 另外, 文献[15]试图通过比较温差熔化与摩擦(耗散)熔化间的异同点, 用摩擦熔化的结果通过相应项的替换直接得到温差熔化的结果. 实际上, 尽管温差熔化与摩擦熔化有相似之处, 但相互间并不能通过简单的替换来得到, 正如文献[11]所指出的, 即使压力与温差是线性关系, 压力熔化的有关结果也不能通过温差熔化的结果用压力产生的温差来替换得到. 本文则要分析滑动平板下相变材料由温差与摩擦共同驱动的接触熔化过程, 考虑温差与摩擦的耦

合与相互影响, 应用边界层理论推导得出熔化所应该满足的基本方程, 并求得熔化率、边界层厚度和压力的分布规律.

1 理论分析

考虑滑动平板下相变材料由温差与摩擦共同驱动的接触熔化问题, 其物理模型及坐标如图 1 所示. 宽为 W 、温度为 T_w 的平板在温度为 T_0 的相变材料上受外力 F 作用并以均匀速度 V 滑动, 假设被熔化的液体边界层厚度 δ 很薄, 即 $\delta \ll W$. 忽略边界层内惯性力与对流换热的影响, 其他假设同文献[13, 14], 则边界层内运动与连续方程为

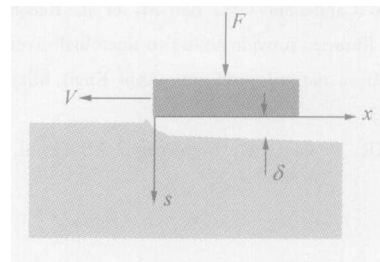


图 1 平板下摩擦熔化过程示意图

2006-04-18 收稿, 2006-06-25 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 50376074)

** E-mail: cwz2@21cn.com

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial s} = 0 \quad (2)$$

相应的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} s=0: u=V, v=0 \\ s=\delta: u=0, v=-U \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 u, v 为熔化液体在 x, s 方向上的速度; p 为边界层内压力; μ 为液体的动力黏度; U 为 PCM 的熔化速度, 由图可知 $U=Vd\delta/dx$. 由(1)~(3)式可求得

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (s-\delta) + V(1-s/\delta) \quad (4)$$

$$\frac{\delta^3}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) + 6V\delta = C \quad (5)$$

其中 C 为待定系数. 作用在单位长度平板上的力 F 为

$$F = \int_0^W p dx \quad (6)$$

考虑摩擦耗散的边界层内能量守恒方程为

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial s^2} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)^2 = 0 \quad (7)$$

将(4)式代入(7)式并积分后得

$$T = -\frac{\mu}{\lambda} \left[\frac{1}{4\mu^2} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 \left(\frac{1}{3}s^4 - \frac{2\delta}{3}s^3 + \frac{\delta^2}{2}s^2 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{\delta} \right)^2 s^2 - \frac{V}{\mu\delta} \frac{dp}{dx} \left(\frac{1}{3}s^3 - \frac{\delta}{2}s^2 \right) \right] + D_1 s + D_2 \quad (8)$$

其中 D_1 与 D_2 为待定系数, 对等温平板表面, 由边界条件: $s=\delta$ 时, $T=T_m$ (T_m 为相变材料熔点); $s=0$ 时, $T=T_w$, 代入(8)式得

$$\left. \begin{aligned} T_m &= -\frac{\mu}{\lambda} \left[\frac{1}{24\mu^2} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 \delta^4 + \frac{1}{2} V^2 + \frac{V}{6\mu} \frac{dp}{dx} \delta^2 \right] + D_1 \delta + D_2, \\ T_w &= D_2 \end{aligned} \right\}$$

由上两式求得 D_1 与 D_2 再代入(8)式得边界层内温度分布为

$$T = \frac{1}{2\lambda} \left[\frac{1}{12\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 (\delta^3 s - 3\delta^2 s^2 + 4\delta s^3 - 2s^4) + \mu \left(\frac{V}{\delta} \right)^2 (\delta s - s^2) + \frac{V}{3} \frac{dp}{dx} \left(\delta s - 3s^2 + \frac{2}{\delta} s^3 \right) \right] + (T_m - T_w) \frac{s}{\delta} + T_w \quad (9)$$

在相变材料熔化界面上热平衡方程为

$$-\lambda(\partial T/\partial s)|_{s=\delta} = \rho L V (d\delta/dx) \quad (10)$$

其中 λ, ρ, L 分别为 PCM 的导热系数, 密度, 当量熔化潜热. 将(9)式代入(10)式得

$$\frac{\delta^4}{24\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + \frac{\mu V^2}{2} - \frac{V\delta^2}{6} \frac{dp}{dx} + (T_w - T_m)\lambda = \delta \rho L V \frac{d\delta}{dx} \quad (11)$$

定义以下无量纲参数

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \frac{\delta}{W}; & x^* &= \frac{x}{W}; & p^* &= \frac{p}{F/W}; \\ V^* &= \frac{V\mu}{F}; & f &= \frac{F}{\rho L W}; & t &= \frac{\lambda\mu(T_w - T_m)}{F^2} \end{aligned} \right\}$$

则(5), (6)与(11)式可写为

$$\delta^{*3} \left(\frac{dp^*}{dx^*} \right) + 6V^* \delta^* = C^* \quad (12)$$

$$1 = \int_0^1 p^* dx^* \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta^{*4} \left(\frac{dp^*}{dx^*} \right) + 12V^{*2} - 4V^* \delta^{*2} \frac{dp^*}{dx^*} + 24t - 24 \frac{V^*}{f} \delta^* \frac{d\delta^*}{dx^*} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中 $C^* = 12\mu C/(FW)$ 为无量纲待定系数. 平板滑动过程 PCM 的质量熔化率为

$$M = \left[\rho \int_0^W \int_0^\delta u ds dx \right] / W \quad (15)$$

将(4), (5)式代入(15)式得无量纲的质量融化率为

$$M^* = \frac{M}{\rho WV} = \int_0^1 \delta^* dx^* + \frac{C^*}{12V^*} \quad (16)$$

(12)–(14)与(16)式即为本文得到的描述摩擦与温差驱动接触熔化过程的基本方程, 其边界条件为: $x^* = 0, 1$ 时, $p^* = 0$, 由此可求得融化率、边界层厚度和压力。

2 讨论与结果

本文以正十八烷 PCM 为例进行计算, 其物性为: $T_m = 28^\circ\text{C}$, $L = 224 \text{ kJ/kg}$, $\rho = 814 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 0.358 \text{ W/(m}\cdot^\circ\text{C)}$, $\mu = 3.9 \times 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ 。图 2–5 给出了由(12)–(14)式数值计算得到的无量纲边界层厚度和压力的分布曲线。图 2, 3 表明, 滑动过程边界层厚度是随 x (平板的宽度) 逐渐增加的, 这与 Fowler 与 Bejan^[14] 考虑冰的压力与摩擦熔化时的结果类似。由图 2 与 V^* 的定义可知, 边界层厚度的分布随着滑动速度 V 的增加而变得更加平坦; 由图 3 与 t 的定义可知, 边界层厚度随着温差 $(T_w - T_m)$ 的减小而减小, 且变得平坦。当 $t = 0$ 时, 熔化完全由摩擦引起, 边界层厚度为一不变的直线, 这与仅温差驱动的熔化结果^[16] 相类似。

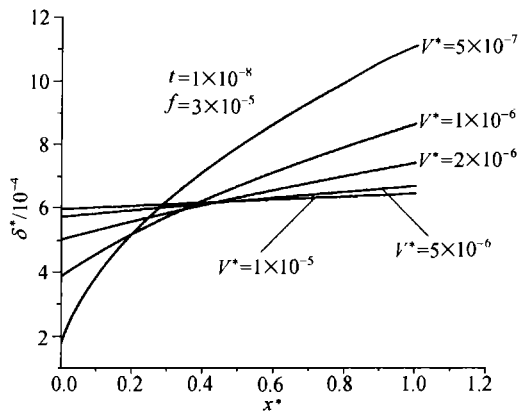


图 2 滑动速度对边界层厚度的影响

由图 4, 5 可见, 边界层内压力分布是呈类似抛物线状, 但最大值在靠近平板运动前沿侧, 即在运动前沿较小的长度上压力变化剧烈。图 4 表明, 随着滑动速度 V 的增加, 压力分布曲线向平板后侧移动, 且最大值减小。同样, 由图 5 可

见, 压力分布随温差 $(T_w - T_m)$ 的变化规律与随滑动速度 V 的变化规律相反, 即随着温差的减小,

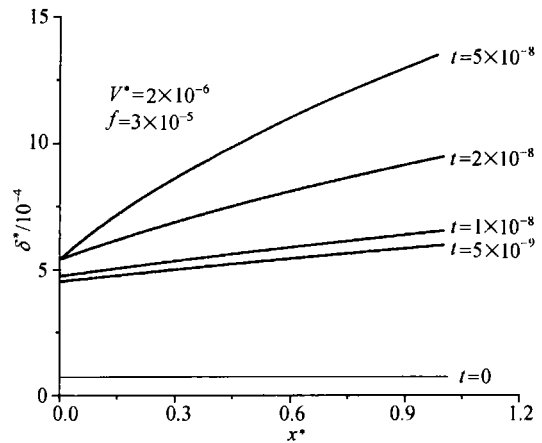


图 3 温差对边界层厚度的影响

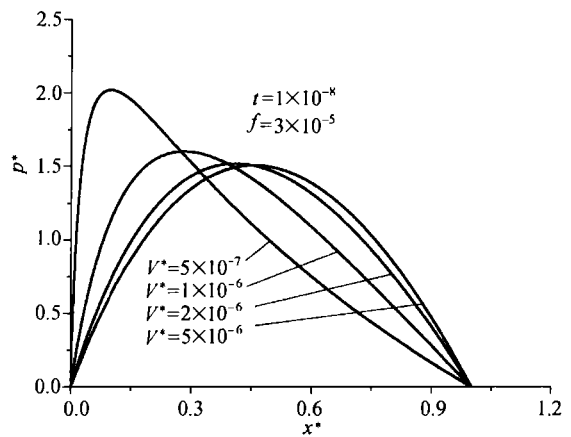


图 4 滑动速度对边界层压力的影响

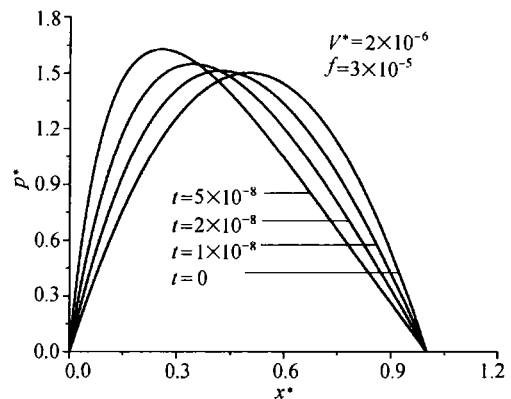


图 5 温差对边界层压力的影响

压力分布曲线向平板后侧移动,且最大值减小.但温度减小到一定值后,对压力分布曲线最大值影响较小.当 $t=0$ 时,即为摩擦熔化结果,压力分布为一对称的抛物线,这也与仅温差驱动的熔化结果^[16]相类似.

图6,7给出了由(16)式数值计算得到的熔化率(其中为了真实反映滑动速度的影响,图6熔化率用 $M' = M \cdot V^* / (5 \times 10^{-7})$ 来表示).可见,熔化率随滑动速度与温差的增加而增加,这是符合热量传递规律和现象的.例如,滑动速度的增加使摩擦耗散增加,从而有更多PCM熔化.

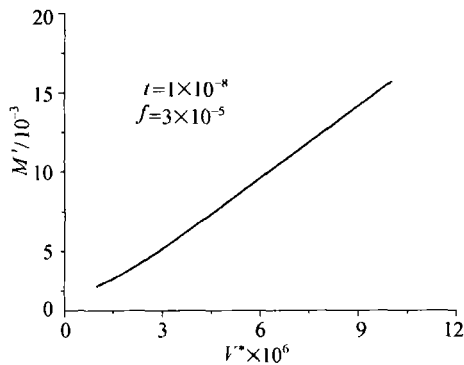


图6 熔化率随滑动速度的变化

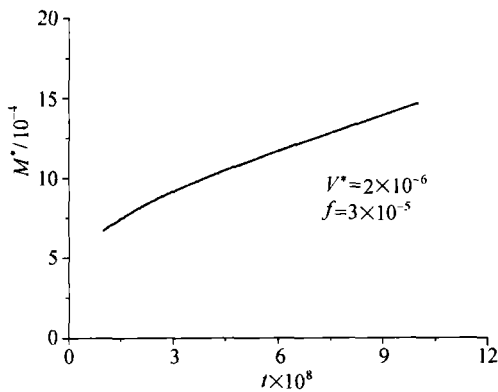


图7 熔化率随温差的变化

3 结论

本文建立了考虑温差与摩擦在内的平板滑动过程熔化问题的分析模型,给出了熔化所应该满足的基本方程,并求得熔化率、边界层厚度和压力的分布,所得结果包含了摩擦熔化的结果.分析表明:(1)温差和滑动速度是两个重要的影响因素.温差越大,熔化率和边界层厚度越大,压力分布越不对

称.而滑动速度越大,熔化率越大,边界层厚度越平坦,压力分布越对称.(2)温差与摩擦共同作用下的接触熔化结果,不是温差与摩擦单独作用下接触熔化结果的简单叠加.

参 考 文 献

- 1 Bejan A. Contact melting heat transfer and lubrication. *Advance in Heat Transfer*, 1994, 24: 1-38
- 2 陈文振, 孙丰瑞, 杨强生. 接触熔化的研究进展. *物理学进展*, 2001, 21(3): 347-358
- 3 陈文振, 孙丰瑞, 杨强生, 等. 相变材料接触熔化的研究. *力学进展*, 2003, 25(4): 446-460
- 4 Moallemi MK, Viskanta R. Analysis of melting around a moving heat source. *Int J Heat Mass Transfer*, 1986, 29(8): 1271-1282
- 5 Vargas JVC, Bejan A, Dobrovicescu A. The melting of an ice shell on a heated horizontal cylinder. *J Heat Transfer*, 1994, 116: 702-708
- 6 胡耀江, 施明恒. 固体在热球体外表面上接触融解时液膜厚度变化规律的研究. *太阳能学报*, 1998, 19(1): 74-79
- 7 Tyvand PA, Bejan A. The pressure melting of ice due to an embedded cylinder. *J Heat Transfer*, 1992, 114: 532-535
- 8 Bejan A, Tyvand PA. The pressure melting of ice under a body with flat base. *J Heat Transfer*, 1992, 114: 529-531
- 9 Chen WZ, Cheng SM, Luo Z, et al. An analytical solution of melting around a moving elliptical heat source. *J Thermal Science*, 1994, 3(1): 23-27
- 10 Hu YJ, Shi MH. Close-contact melting around a hot sphere. *J Thermal Science*, 1997, 6(1): 51-57
- 11 Chen WZ, Yang QS. The pressure melting of ice around the sphere and cylinder. In: *Proceedings of 11th International Heat Transfer Conference, Kyongju, Korea, August 23-28, 1998*, 181-186
- 12 Chen WZ, Li HF, Gao M, et al. The Pressure melting of ice around a horizontal elliptical cylinder. *Heat and Mass Transfer*, 2005, 42(2): 138-143
- 13 Bejan A. The fundamentals of sliding contact melting and friction. *J Heat Transfer*, 1989, 111: 13-20
- 14 Fowler AJ, Bejan A. Contact melting during sliding on ice. *Int J Heat Mass Transfer*, 1993, 36(5): 1171-1179
- 15 Morega ALM, Filip AM, Bejan A, et al. Melting around a shaft rotating in a phase-change material. *Int J Heat Mass Transfer*, 1993, 36(10): 2499-2509
- 16 Moallemi MK, Webb BW, Viskanta R. An experimental and analytical study of close contact melting. *J Heat Transfer*, 1986, 108: 894-899